



Vers un solveur de programmation mathématique généralisée basé sur la recherche locale

Thierry Benoist Julien Darlay Bertrand Estellon
Frédéric Gardi Romain Megel

www.localsolver.com

LocalSolver 3.0

Solveur pour l'optimisation combinatoire

- Formalisme de modélisation mathématique simple
- Permet d'attaquer des problèmes combinatoires de grande taille
- Fournit de bonnes solutions en des temps courts

Solveur basé sur la recherche locale

- Mouvements basés sur l'hypergraphe décisions/contraintes
- Evaluation incrémentale : millions de mouvements par minute
- Recuit simulé adaptatif, randomisé, parallélisé, avec restart

Licences académiques gratuites

Licences commerciales à partir de 9 900 €



Knapsack multi objectifs

```
function model() {  
  // 0-1 decisions  
  x[0..7] <- bool();  
  
  // weight constraint  
  knapsackWeight <- 10*x[0]+ 60*x[1]+ 30*x[2]+ 40*x[3]+ 30*x[4]+ 20*x[5]+ 20*x[6]+ 2*x[7];  
  constraint knapsackWeight <= 102;  
  
  // maximize value  
  knapsackValue <- 1*x[0]+ 10*x[1]+ 15*x[2]+ 40*x[3]+ 60*x[4]+ 90*x[5]+ 100*x[6]+ 15*x[7];  
  maximize knapsackValue;  
  
  // secondary objective: minimize product of minimum and maximum values  
  knapsackMinValue <- min[i in 0..7](x[i] ? values[i] : 1000);  
  knapsackMaxValue <- max[i in 0..7](x[i] ? values[i] : 0);  
  knapsackProduct <- knapsackMinValue * knapsackMaxValue;  
  minimize knapsackProduct;  
}
```

Opérateurs non linéaires: prod, min, max, and, or, if-then-else, ...

Objectifs lexicographiques



Applications



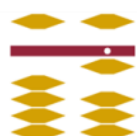
Chiffrage d'appels d'offres d'éclairage public

Mercredi 16h30-18h30 Salle S32



Planification de personnel

Mercredi 16h30-18h30 Salle S32



Ordonnancement d'un atelier de peinture

Jeudi 10h30-12h30 Salle A001



Placement d'assemblages combustibles en piscine

Jeudi 10h30-12h30 Salle C002



Planification de la distribution de bouteilles de gaz

Jeudi 10h30-12h30 Salle A002



Partition en sous-graphes denses

Mercredi 16h30-18h30 Salle S33

Recherche locale

Idée maîtresse en optimisation combinatoire

- Modification séquentielle d'un petit nombre de décisions
- Maintien de la faisabilité de la solution courante : réparation des violations
- Evaluation incrémentale, généralement en temps $O(1)$

→ Faible probabilité d'amélioration, mais faible coût en temps et espace

Et en optimisation continue ?

- Connue sous un autre nom : *direct = derivative-free = zeroth-order search*
- N'utilise ni gradient (1^{er} ordre) ni Hessien (2nd ordre)
- Ex : l'autre algorithme du simplexe de Nelder-Mead
- Majoritairement utilisée en optimisation non convexe sans contrainte



Unification combinatoire & continu

- Recherche locale combinatoire, continue, mixte
- Même idée que pour le combinatoire
- Une difficulté : le choix du « pas »

À contre-courant du mainstream en optimisation

- Volonté de fournir des garanties de convergence vers un optimum
 - Recherche de la meilleure amélioration possible (*best improvement*)
 - Techniques d'amélioration sophistiquées et très coûteuses en temps
- Itération en temps quadratique voire cubique en la taille de l'entrée



LocalSolver 4.0

Recherche locale pour l'optimisation mixte

- Idée maîtresse : si l'on peut faire un pas dans la bonne direction qui **ne coûte pas cher en temps**, pourquoi ne pas le faire ?
- Avantages : très efficace en temps amorti (surtout si le problème n'est pas très contraint), **seule solution pour passer à l'échelle** (million de variables)

	Itérations par min	Facteur
Gurobi LP interior point	≈ 10	-
Gurobi LP simplex	≈ 10 000	x 1 000
LocalSolver 0-1 NLP local search	≈ 10 000 000	x 1 000 000

Tests réalisés sur un problème à 50 000 décisions 0-1, relâchées si mention LP



LocalSolver 4.0

Sortie prévue mi 2013

- Décisions binaires (0-1) + **continues**
 - Recherche locale en variables mixtes
 - Mouvements larges par recherche arborescente pour le combinatoire
 - Propagation de contraintes pour renforcer la borne inférieure
 - Extension des fonctionnalités du modelleur (langage LSP)
- Optimisation **non convexe en variables mixtes à grande échelle** (MINLP)

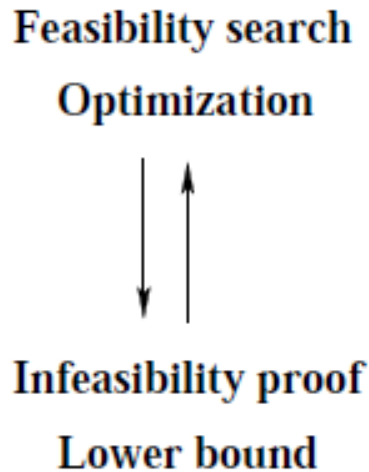
Plus pour le même prix !



Vers un solveur « complet »

Un solveur pour attaquer tout type de problèmes

Un solveur offrant le meilleur de toutes les techniques



Search strategy	Search moves	
Simulated annealing Restart (feas., infeas.) Randomization Learning	Combinatorial	Continuous
	Local move Tree-search move	Local move First-order move Second-order move
Divide and conquer	Propagation	Relaxation
Tree search Interval branching	Discrete propagation Interval propagation	Linear, convex Primal, dual

