LocalSolver

Résolution de problèmes à variables mixtes dans LocalSolver

Olivier Rigal

origal@localsolver.com

www.localsolver.com

ROADEF 2020
Montpellier

Optimisation globale

Modélisation linéaire, non-linéaire
et ensembliste

Techniques exactes et heuristiques

Solutions de qualité en quelques minutes
sans réglages

Les problèmes à variables mixtes

Exemple : le Network Design Problem

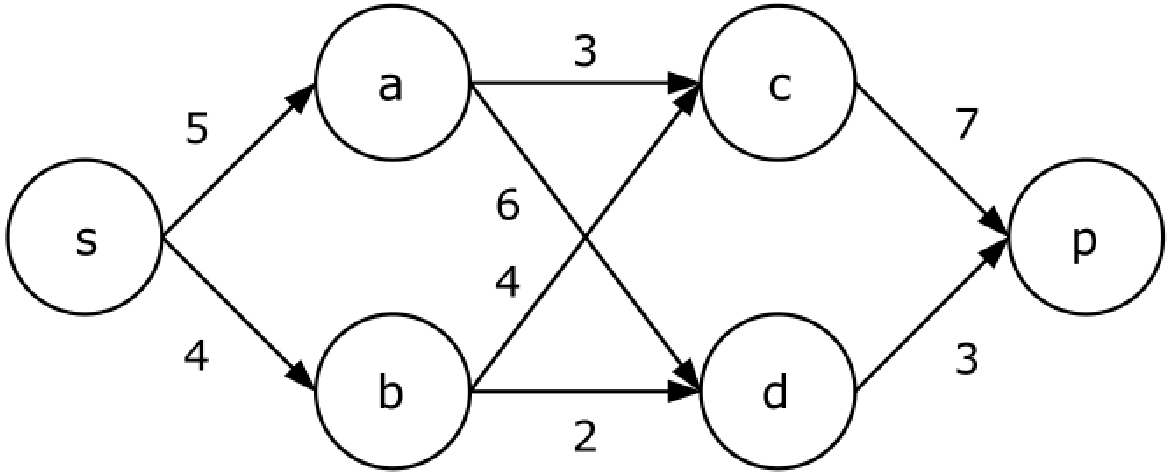
Variables

- Ouverture d'un arc (Booléen x_a)
- Flot dans un arc (continue y_a)

Contraintes

- Au plus 5 arcs ouverts
- Capacité maximale sur les arcs
- Conservation du flot

Maximisation du flot



Problèmes à variables mixtes

Problèmes utilisant simultanément des variables continues et combinatoires

- Difficile pour la recherche locale
- Applications nombreuses:
  - Unit commitment
  - Inventory Routing
  - Production Planning

Restriction aux problèmes où lorsque les variables combinatoires sont fixées, le sous-problème restant est continu et linéaire.

Objectif: Améliorer les performances de la recherche locale sur ces problèmes.

Résolution

Modèle

Reformulation en un problème bi-niveau

- Problème maitre: décisions combinatoires x
- Sous-problème:
  - Problème linéaire paramétrisé par les décisions combinatoires x
  - Le paramètre x influence uniquement les bornes des variables continues y

$$\max f(x,y)$$

$$g(x) \leq 0$$

$$y = argmin_{y \in R} \left\{ cy \mid {}_{y \in [l(x), u(x)]}^{Ay \geq b} \right\}$$

$$x \in X$$

Résolution

Mouvement de recherche locale

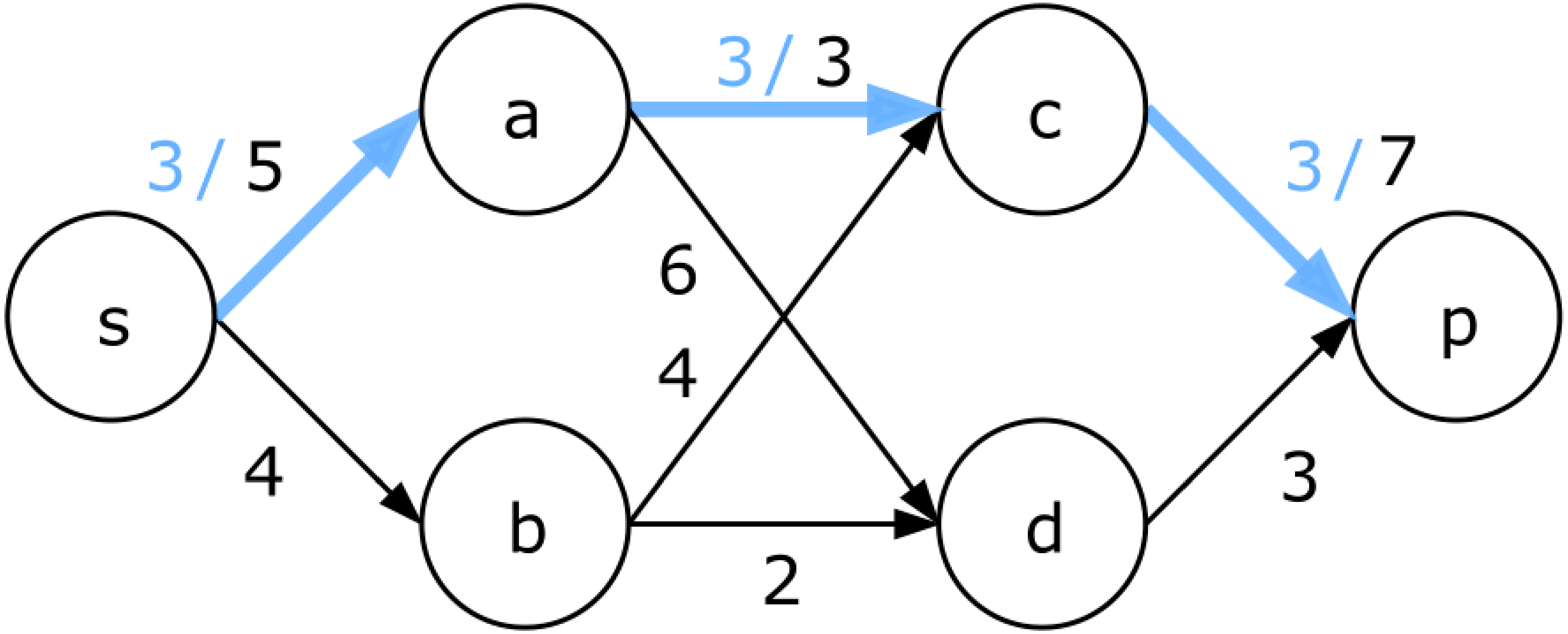
- Mouvement modifiant les variables combinatoires
- Évaluation des bornes des variables continues du sous-problème

Réparation des variables continues

- Résolution d’un problème linéaire
- Évaluation des autres expressions

Heuristique d’acceptation des solutions

Résolution



Minimiser les résolutions de LP

Solutions proches entre deux itérations

- Un mouvement de recherche locale affecte un nombre limité de bornes du LP.
- Simplexe dual et technique de « Warm Start » entre les résolutions.

Vérification de la faisabilité des contraintes

- Évaluer les contraintes dépendant uniquement des variables combinatoires.
- Vérifier que les contraintes du LP peuvent être faisables avec les bornes actuelles.

Anticiper la faisabilité du LP

- Stocker les certificats d'infaisabilité du Lemme de Farkas lorsque le LP est infaisable.
- Utiliser ce certificat afin de détecter des sous-problèmes infaisables dans les itérations futures.

Lemme de Farkas

Le système **Ay ≥ b** est infaisable si et seulement s'il existe **z** tel que:

$$\begin{cases} z \geq 0 \\ A^T z = 0 \\ b^T z > 0 \end{cases}$$

Certificat d'infaisabilité

Pour le problème $argmin_{y \in R} \left\{ cy \mid {}_{y \in [l(x), u(x)]}^{Ay \geq b} \right\}$ le certificat est:

$$\begin{cases} z \geq 0 \\ \begin{pmatrix} A \\ I \\ -I \end{pmatrix}^T z = 0 \\ \begin{pmatrix} b \\ l(x) \\ -u(x) \end{pmatrix}^T z > 0 \end{cases}$$

Ciblage

Trouver les variables de décision combinatoires prometteuses

- Exploration du modèle en partant de l’objectif
- Utilisation des données de l’optimisation du sous-problème

Sous-problème infaisable

- Objectif : invalider le certificat du Lemme de Farkas
- Modifier les variables combinatoires afin de modifier les bornes du sous-problème

Sous-problème faisable

- Utilisation des couts réduits afin d’améliorer la valeur optimale du sous-problème

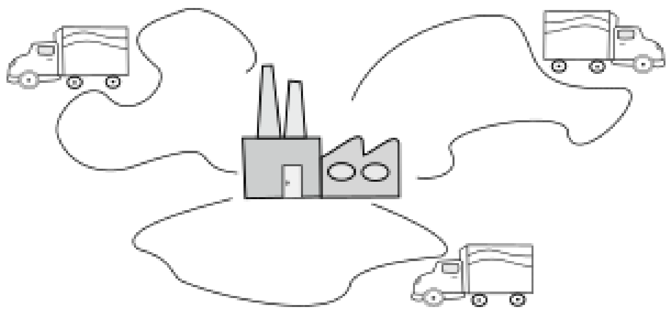
Résultats

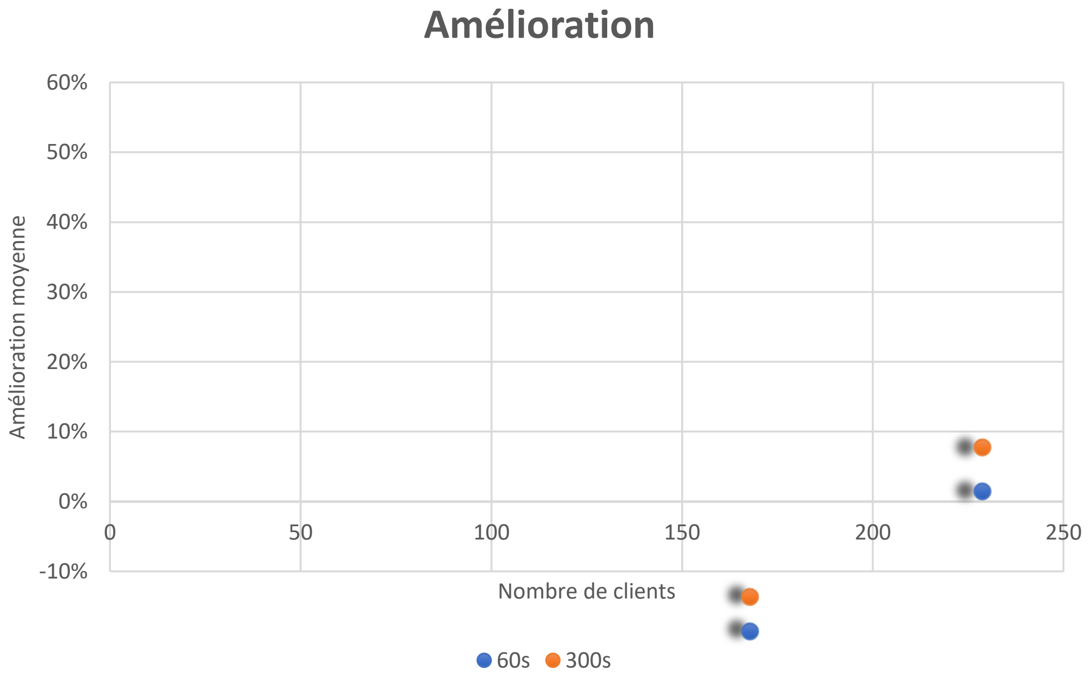
Inventory Routing

Organisation de routes de distribution

Contraintes de stocks positifs

Couts de stocks et de distances parcourues





Amélioration potentielle

Adapter la méthode aux problèmes multi-objectifs

- Optimiser une série de problèmes LP, chacun représentant un objectif, à chaque itération.

Détecter les spécificités du sous-problème

- Détecter les sous-problèmes de flot et les résoudre avec un algorithme spécifique.

Accepter les sous-problèmes continus non linéaires

- Traiter les sous-problèmes ayant un objectif quadratique et des contraintes linéaires

LocalSolver